

### Introdução ao julgamento de questões

Esta lista merece um pouco mais de atenção devido à sua abordagem ser bem diferente das demais listas. Estarei introduzindo você ao *julgamento* de itens entre *certo* e *errado*. Esta é uma maneira de preparar você para participação em concursos públicos de *qualquer modalidade*.

Para poder responder corretamente às questões que se seguem, você precisará desenvolver sua explicação sobre o item que pretender analisar antes de o poder resolver. Isto significa que, de todo modo, você terá de formular uma explicação.

O contexto de cada questão é relevante apenas para conhecimento da situação. As ferramentas necessárias para a resolução das questões já são conhecidas. Vez por outra, você verá uma *introdução* a algum assunto futuro, mas tal introdução trará as explicações e ferramentas necessárias para que você possa resolvê-la usando as ferramentas que já conhece.

### Como a lista será avaliada?

A avaliação desta lista seguirá duas modalidades conjuntas: *valoração objetiva* e *valoração subjetiva*.

#### Valoração objetiva

1. Neste quesito, a lista terá metade de sua pontuação dada pelos itens que você preencher. Uma vez encerrado o prazo para resolução, você terá acesso ao gabarito dos itens para ter uma prévia de como anda seu desempenho.
2. Para cada item marcado cuja resposta coincida com este gabarito, você receberá 1 ponto (+1).
3. Para cada item marcado cuja resposta divirja deste gabarito, você perderá 1 ponto (−1).
4. Caso você deixe de marcar algum item, você não receberá nota no item em branco (0).
5. A nota de *valoração objetiva* — NV—O — será calculada pela soma dos pontos atribuídos na correção de sua lista. Observe que esta nota representa um número inteiro.
6. A menor nota atribuível neste quesito é zero (0) e a máxima, a quantidade de itens da lista, isto é, (35).
7. Existe uma *folha de respostas* anexada a esta lista para que você a preencha e a entregue. Caso você não entregue a folha de respostas, você receberá nota zero *na lista*, sendo desconsideradas as resoluções textuais que porventura você entregar.

#### Valoração subjetiva

1. Neste quesito, a outra metade dos pontos da lista equivale à pontuação obtida nas resoluções textuais que você entregar junto com a folha de respostas da lista.
2. As pontuações atribuíveis a cada item da lista enquadram-se na seguinte tábua de valores:

0,000	0,100	0,200	0,333	0,500	0,667	0,900	1,000
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------
3. Para a correção da resolução textual dos itens abordados, você não precisa ter marcado os itens na folha de respostas.
4. Na resolução textual, a resolução de um item pode ser utilizada nos itens que forem resolvidos depois.
5. Um item resolvido não pode depender de uma resolução que não foi feita *antes* da resolução dele. Caso isto ocorra, a tábua de valores atribuíveis a este item se limita a

0,000 0,100 0,200 0,333 0,500

6. A *nota de valoração subjetiva* —  $NV - S$  — será calculada pela soma dos pontos atribuídos na correção de sua lista. Observe que, neste quesito, não é possível a anulação de uma questão certa por parte de uma errada.
7. A menor nota atribuível neste quesito é zero (0) e a máxima, a quantidade de itens da lista, isto é, (35).

*Nota final da lista*

1. A sua *nota preliminar de lista* —  $NPL$  — é calculada somando as notas de valoração objetiva e subjetiva, isto é,

$$NPL = (NV - O) + (NV - S).$$

2. O único caso previsto pelo qual a nota preliminar de lista será automaticamente igual a zero é o caso de a folha de respostas não ser entregue, conforme citado nas normas da valoração objetiva.
3. Do universo de notas dos alunos, será procedida normalização na faixa de 0,00 a 2,50. A menor nota da normalização dependerá da menor nota *não nula* preliminar de lista assim obtida.
4. Alunos que receberem nota preliminar de lista igual a zero receberão nota zero na normalização.
5. Caso exista algum item que mereça correção mais apurada, você pode questionar desde que a discordância esteja devidamente fundamentada e explicada.

*Bom trabalho.*

Recapitulando um pouco sobre as propriedades operatórias da derivada, figuram entre as mais conflitantes devido às confusões que, ordinariamente, suas expressões causam, as propriedades da derivada do produto e do quociente de funções. Consideremos, as funções reais

$$f(t) = \text{sen } t$$

e

$$g(t) = \text{cos } t.$$

Com base nos dados fornecidos, julgue os itens.

- 01 Se consideramos o produto  $f \cdot g$ , função real, então sua derivada pode ser expressa corretamente por

$$(f \cdot g)'(t) = g^2(t) - f^2(t).$$

- 02 Bem sabemos, das definições das funções trigonométricas, que

$$\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x}.$$

Assim sendo, temos

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(t) = \frac{1}{g(t)}.$$

- 03 Outra propriedade de derivada que gera muitos conflitos durante sua aplicação é a conhecida regra da cadeia. Promovendo a mudança de variáveis

$$t = 12x - 7,$$

é correto afirmar que

$$(f \circ g)'(x) = \text{cos}(12 \text{cos}(12x - 7) - 7) \cdot (-12 \text{sen}(12x - 7)) \cdot (12).$$

- 04 Ainda tendo em voga a regra da cadeia, para a função

$$h(t) = g^2(t - f(t)),$$

a derivada de ordem 2 de  $h$  pode ser expressa como se segue:

$$h'(t) = 2 \cdot g(t - f(t)) \cdot (-f'(t - f(t))) \cdot (1 - g(t)).$$

- 05 Enfim, para a função

$$s(t) = f(g(t) - f'(2t)),$$

a derivada de  $s$  pode ser expressa como se segue:

$$s'(t) = g(g(t) - f'(2t)) \cdot (2 \cdot f'(2t) + g'(t)).$$

- 06 Consideremos a função

$$\varphi(t) = f(c(t) - t),$$

onde a função real  $c$  é expressa por

$$c(t) = e^t.$$

Com isso, a derivada de ordem 2 de  $\varphi$  é expressa corretamente por

$$\varphi''(t) = g(c(t) - t) \cdot c(t) - f(c(t) - t) \cdot (c(t) - 1)^2.$$

Do que já conhecemos em Química, estamos cientes de que a Lei de Boyle afirma que, quando uma amostra de gás é comprimida a uma temperatura constante, o produto da pressão exercida pelo volume ocupado resulta em uma constante, isto é, sendo  $P$  a pressão exercida,  $V$  o volume ocupado pelo gás e  $C$  a constante resultante, então

$$P \cdot V = C.$$

Tendo isto por base, julgue os itens a seguir.

- 07 Considerando um gás que ocupe, inicialmente, 1200 litros de volume à pressão de 16 megapascals, a taxa de variação do volume em relação à pressão nestas condições apresenta redução de volume em mais de 100 litros por megapascal.

- 08 Supondo, agora, que a taxa de variação do volume indique uma redução em 10 litros por segundo, nas condições do item anterior, isto resulta em uma taxa de compressão de volume maior do que 0,1 megapascals por segundo.

- 09 Se o volume, sob estas condições, for regido pelo tempo segundo a expressão

$$V(t) = -t + 1200,$$

com  $t$  expresso em segundos, então a compressão de volume será cada vez menor conforme o tempo passar.

- 10 Se o volume, sob estas condições, for regido pelo tempo segundo a expressão

$$V(t) = -1200 \text{sen}\left(4t - \frac{\pi}{2}\right),$$

com  $t$  expresso em segundos, então a compressão será nula quando decorridos 40 segundos do início das medidas.

Um fino tecido de seda tem custo de produção, por metro e em reais, regida pela função

$$C(x) = 2324 + 22x - 0,215x^2 + 0,0011x^3.$$

A função *custo marginal de produção* é obtida através da derivada desta função em relação ao metro de produção e relata o comportamento real dos custos de produção da seda, neste caso. Levando estes fatores em consideração, julgue os itens a seguir.

- 11 Quando da produção de 125 metros de seda, o custo marginal de produção é superior a 20 reais.
- 12 Caso a produção de seda seja cada vez maior, há aumento cada vez menos significativo nas diferenças entre os custos marginais.
- 13 O menor aumento de custo possível é atingido quando a extensão de seda produzida é próxima de 65 metros.

Ao bombear ar para dentro de um balão, tanto o volume quanto o raio do balão aumentam e suas taxas de crescimento estão relacionadas. Por outro lado, é muito mais fácil medir a variação do volume do que a variação do raio do balão. Com base nestas informações, julgue os itens a seguir.

- 14 Considerando que o raio do balão cresça de maneira não uniforme, então a relação entre as taxas de crescimento do volume e do raio de um balão esférico é expressa por

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dV}{dt}.$$

- 15 Se a taxa de crescimento do volume de um balão esférico for de 120 cm<sup>3</sup>/s, então a taxa de crescimento do raio quando o diâmetro do balão for de 50 cm será menor do que 0,6 cm/s.
- 16 Se o balão tiver forma elipsoidal, de tal forma que a elipse que o gerou obedeça, inicialmente, à relação cartesiana

$$\frac{x^2}{1000} + \frac{y^2}{1500} = 1,$$

então o volume do balão será expresso por

$$V(x) = \frac{\pi}{2} (3000x - x^3),$$

onde  $x$  representa o semieixo horizontal do balão. Conforme o balão é enchido, evidentemente as equações anteriores não serão mais satisfeitas; por outro lado, digamos que o ba-

lão continue a obedecer à equação do volume. Se o volume do balão varia constantemente à taxa de 80 cm<sup>3</sup>/s, então a taxa de crescimento do semieixo horizontal do balão será maior do que 0,1 cm/s quando a extensão horizontal do balão for de 50 cm.

Por vezes, quando procuramos colocar objetos uns dentro de outros, as formas desses objetos acabam atrapalhando um pouco a disposição dentro do objeto maior, porque, em geral, procuramos que a maior quantidade de objetos caiba em um objeto maior. Pense, por exemplo, numa lata de óleo. Você pode usá-la para guardar bolinhas de gude, aqueles cubinhos de material dourado, dados e até mesmo um baralho. Quando você presenteia alguém, em geral você pensa em empacotar o presente por meio de uma caixa, e a escolhe de maneira que o presente se ajuste ali dentro. De maneira mais simples, considere a inscrição de um retângulo em um semicírculo e a de um triângulo neste retângulo. Com base na situação apresentada, julgue os itens.

- 17 Considerando que o semicírculo tenha diâmetro de 20 cm, então a área máxima ocupada pelo retângulo será de 100 cm<sup>2</sup>.
- 18 Considerando que o retângulo e o triângulo compartilhem de um mesmo lado, aquele que se sobrepõe ao diâmetro do semicírculo, então é correto afirmar que, se o diâmetro do semicírculo for de 50 cm, a área máxima ocupada pelo triângulo é igual à metade da área do retângulo.
- 19 Na situação do item anterior, se o raio do semicírculo for reduzido para 5 cm, a área máxima ocupada pelo triângulo será de 10 cm<sup>2</sup>.

A respeito do desenvolvimento de uma derivada, julgue o item a seguir.

- 20 Sendo  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(t) = \text{sen}^2(2t - \pi),$$

então a derivada de  $f$  é calculada, através da regra da cadeia, como se segue:

$$f'(t) = ((\text{sen}(2t - \pi))^2)',$$

resultando em

$$f'(t) = 2 \cdot \text{sen}(2t - \pi) \cdot (\text{sen}(2t - \pi))'.$$

Daí, teremos

$$f'(t) = 2 \text{sen}(2t - \pi) \cos(2t - \pi) \cdot (2t - \pi)'.$$

Por fim,

$$f'(t) = 4 \text{sen}(2t - \pi) \cos(2t - \pi).$$

Considere dois corpos em posições arbitrárias no espaço, onde um deles está, momentaneamente, fixo, e o outro procede a uma órbita em torno deste. Sendo o primeiro corpo de massa  $M$  e o corpo que se aproxima dele de massa  $m$ , a Lei de Gravitação diz que a intensidade  $F$ , em newtons, da força exercida do corpo de massa maior no corpo de massa menor é expressa por

$$F = \frac{GmM}{r^2},$$

em que  $G$  é a constante gravitacional e  $r$  é a distância entre os corpos, em quilômetros. Pela simbologia, convencionou-se que  $M$  indica a massa do corpo de maior massa e  $m$ , a do de menor massa. De acordo com a situação descrita, julgue os itens a seguir.

- 21 A taxa de variação da intensidade em relação à distância mostra que os corpos estão se aproximando.
- 22 Se a Terra atrair um asteroide que está a uma distância de 15000 km à taxa de 3 N/km, então a um asteroide cuja distância em relação à Terra seja de 9000 km, a taxa de atração gravitacional será maior do que 12 N/km.

Na apuração de valores máximos e mínimos de uma dada função, fazemos uso direto das derivadas através de ferramentas oriundas de características intrínsecas aos números reais. A rigor, pontos críticos são pontos limite de intervalos de crescimento ou de decrescimento de uma função real e a indicação de sinal apontada pela derivada de segunda ordem neles indica se há efetivo crescimento ou decrescimento dos valores da função ao redor dos pontos críticos analisados. Tomando por base as funções

$$f(t) = \cos(3t^2 + \pi)$$

e

$$g(t) = \text{sen}(3e^{\pi t}),$$

julgue os itens a seguir.

- 23  $f$  admite máximo local em  $\sqrt{\pi/3}$ . Além disso, no intervalo  $(\sqrt{\pi/6}; \sqrt{\pi/3})$ , a função é decrescente.
- 24 O ponto  $\sqrt{\pi/6}$  é um ponto crítico de  $f$ .
- 25  $g$  admite um máximo local no ponto

$$t_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \ln \frac{\pi}{2}.$$

Tendo isto por base, é possível concluir que  $g$  é crescente no intervalo  $(0, 13; t_1)$ .

- 26 Além do ponto crítico descrito no item anterior, o ponto

$$t_0 = \frac{1}{\pi} \cdot \ln \frac{\pi}{6}$$

também é um ponto crítico para  $g$ .

Uma refinaria de petróleo está localizada na margem norte de um rio reto que tem 5 km de largura. Um oleoduto deve ser construído da refinaria até um tanque de armazenamento localizado na margem sul do rio, 12 km a leste da refinaria. Com base na situação apresentada, julgue os itens a seguir.

- 27 Considerando que o custo da construção do oleoduto é de R\$ 35 milhões de reais por quilômetro sobre a terra até um ponto  $P$  situado na mesma margem da refinaria e de R\$ 55 milhões de reais sob o rio partindo daquele ponto  $P$  até o tanque de armazenamento, é possível concluir que o menor custo de construção possível é menor do que R\$ 600 milhões.

- 28 Agora, partindo para a realidade brasileira, onde tudo é altamente inflacionado, inclusive este papel que você lê, consideremos que a Petrobrás tenha construído a refinaria e o tanque segundo os moldes do problema. O custo efetivo para a construção por terra é de R\$ 18 milhões por cada 200 metros e o custo de construção sob o rio é de R\$ 90 milhões por cada 155 metros. Lembremo-nos, ainda, de que os cofres públicos não são muito públicos. Assim sendo, o custo mínimo de construção deste oleoduto, desconsiderando as frações parlamentares, é superior a R\$ 3 bilhões.

- 29 Considerando uma economia onde nada se sujeita à exaustão, onde a moeda é expressa em “dinheiro integral”, \$, então tomando os custos de \$ 5,25 por quilômetro construído em terra e de \$ 7,18 por quilômetro construído sob o rio, o custo marginal será apurado pela expressão

$$\frac{dC}{dP} = 5,25 + \frac{7,18 \cdot (12 - P)}{\sqrt{(12 - P)^2 + 25}}$$

Julgue os itens a seguir a respeito do uso de diferenciais.

- 30 Quando tratamos de transmissão de energia elétrica e de corrente elétrica por meio de um corpo, a Lei de Ohm diz que, se este corpo possuir resistência medida igual a  $R$ , a corrente  $I$  que o atravessar gerará diferença de potencial medida pela expressão

$$U = R \cdot I.$$

Considerando a resistência  $R$  constante, então o erro que se comete ao apurar a corrente  $I$  é proporcional ao erro apurado na diferença de potencial  $U$ .

- 31 Ainda de acordo com o item anterior, se a diferença de potencial se mantiver constante em 380 volts, então uma variação na resistência de um cabo de transmissão elétrica, nominalmente apurada em 38 ohms, da ordem de 1 ohm irá gerar variação na corrente de transmissão elétrica de ordem máxima igual a 0,25 coulomb.

Dizemos que uma função  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  tem primitiva  $F : X \rightarrow \mathbb{R}$  se

$$F'(t) = \frac{dF}{dt} = f(t).$$

Perceba que, para um bom conhecimento sobre primitivas, é necessário ter bom conhecimento de derivadas. A noção é bem simples: trata-se de uma “inversão” de operações. Propriamente, a determinação de primitivas resulta sempre em um conjunto de funções primitivas de uma dada função. Ao restringirmos as primitivas a um tipo em específico, podemos dizer que a *primitivação* é a operação inversa da *derivação*. Ciente deste fato, julgue os itens a seguir.

- 32 A função  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$g(t) = 12x^2 + 6x + 9,$$

é uma primitiva da função

$$f(t) = 24x + 6.$$

- 33 Conhecendo bem o comportamento das funções trigonométricas básicas, é correto afirmar que ambas se alternam quando da operação de derivação e, além disso, a função

$$f(x) = \cos x$$

é uma primitiva da função

$$g(x) = \sin x.$$

- 34 Uma função exponencial de qualquer argumento é primitiva dela própria.

- 35 A função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(t) = \sin t + \cos t,$$

admite por primitiva a função  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$g(t) = \sin t - \cos t.$$

---

**Universidade Federal do Amazonas**  
**Campus Vale do Rio Madeira**  
**Instituto de Educação, Agricultura e Ambiente**

IAA014/IAE026: Folha de Respostas para Valoração Objetiva da Lista 04

Matrícula: \_\_\_\_\_

Discente: \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_

Data de Entrega: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_\_\_

Preencha completamente, com caneta, o círculo que corresponde à resposta dada ao item.

01 ○ C ○ E	10 ○ C ○ E	19 ○ C ○ E	28 ○ C ○ E
02 ○ C ○ E	11 ○ C ○ E	20 ○ C ○ E	29 ○ C ○ E
03 ○ C ○ E	12 ○ C ○ E	21 ○ C ○ E	30 ○ C ○ E
04 ○ C ○ E	13 ○ C ○ E	22 ○ C ○ E	31 ○ C ○ E
05 ○ C ○ E	14 ○ C ○ E	23 ○ C ○ E	32 ○ C ○ E
06 ○ C ○ E	15 ○ C ○ E	24 ○ C ○ E	33 ○ C ○ E
07 ○ C ○ E	16 ○ C ○ E	25 ○ C ○ E	34 ○ C ○ E
08 ○ C ○ E	17 ○ C ○ E	26 ○ C ○ E	35 ○ C ○ E
09 ○ C ○ E	18 ○ C ○ E	27 ○ C ○ E	

---

Esta parte ficará com você para conferência com o gabarito.  
Preencha-a da maneira que você julgar melhor.

01 ○ C ○ E	10 ○ C ○ E	19 ○ C ○ E	28 ○ C ○ E
02 ○ C ○ E	11 ○ C ○ E	20 ○ C ○ E	29 ○ C ○ E
03 ○ C ○ E	12 ○ C ○ E	21 ○ C ○ E	30 ○ C ○ E
04 ○ C ○ E	13 ○ C ○ E	22 ○ C ○ E	31 ○ C ○ E
05 ○ C ○ E	14 ○ C ○ E	23 ○ C ○ E	32 ○ C ○ E
06 ○ C ○ E	15 ○ C ○ E	24 ○ C ○ E	33 ○ C ○ E
07 ○ C ○ E	16 ○ C ○ E	25 ○ C ○ E	34 ○ C ○ E
08 ○ C ○ E	17 ○ C ○ E	26 ○ C ○ E	35 ○ C ○ E
09 ○ C ○ E	18 ○ C ○ E	27 ○ C ○ E	

---